

深水圆形高墩结构振动特性和动力响应 分析方法对比研究

杨 坤 葛书勋*

(武汉理工大学交通学院, 武汉 430063)

摘 要 墩身动水附加质量对深水高墩结构的振动特性与地震动力响应影响较大,为研究动水附加质量计算方法的适用范围,利用有限元分析软件 ADINA,分别基于势流体单元的流固耦合完全数值法以及基于 Morison 方程的动水附加质量法建立了深水圆形高墩结构的动力分析模型,通过对比分析两类模型的振动特性和地震响应,探讨动水附加质量模型的准确性及其适用范围。研究表明,水深宽度比对动水附加质量模型计算的深水高墩结构振动特性和地震响应的精度有明显影响,合理控制水深宽度比可以保证动水附加质量模型的精度。

关键词 流固耦合, 对比分析, 深水高墩, Morison 方程, 势流体

Comparative Study on Vibration Characteristics and Dynamic Response Analysis Methods of Deep Water Circular High Pier Structure

YANG Kun GE Shuxun*

(School of Transportation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

Abstract The hydrodynamic added mass of the pier body has a great influence on the vibration characteristics and seismic dynamic response of high pier structures in deep water. To study the application scope of the hydrodynamic added mass calculation methods, a dynamic analysis model of circular high pier structure in deep water is established by using the finite element software ADINA, which is based on the fluid-solid coupling full numerical method of potential fluid element and the hydrodynamic added mass method based on Morison equation. By comparing and analyzing the vibration characteristics and seismic response of these two models, the accuracy and application scope of the hydrodynamic added mass model are discussed. The results show that the ratio of depth to width has a significant influence on the accuracy of vibration characteristics and seismic response of high pier structure in deep water calculated by the hydrodynamic added mass model, and reasonable control of the ratio of depth to width can ensure the accuracy of the hydrodynamic added mass model.

Keywords Fluid-solid coupling, comparative analysis, deep water high pier, Morison equation, potential fluid

0 引 言

为了满足经济建设和社会发展对交通能力的

需求,我国于近年来修建了很多深水桥梁。在地震作用下,水体的运动将以动水压力的形式作用于桥墩,进而改变桥墩的振动特性并增大地震响应,甚至导致主墩开裂、落梁等严重震害^[1-3]。因

收稿日期: 2021-06-09

作者简介: 杨 坤, (1995-), 男, 硕士研究生, 主要从事桥梁抗震方面的研究。E-mail: 15754329952@163.com

*联系作者: 葛书勋 (1984-), 男, 博士研究生, 主要从事桥梁抗震方面的研究。E-mail: geshuxun@whut.edu.cn

此,考虑动水效应的影响对深水桥梁的抗震设计及其必要。

现有的计算桥墩-水流固耦合效应的方法主要有完全数值法和半解析半数值的动水附加质量法^[4]。由于完全数值法计算量过大,难以在工程实践中推广应用,很多学者提出了基于 Morison 方程和辐射波浪法的半解析半数值的动水附加质量法。该方法以附加质量的形式考虑动水效应,计算效率较高,已被多种抗震设计规范采用,如我国《公路桥梁抗震设计规范》^[5](JTG/T 2231-01—2020)。

对于地震作用下墩-水耦合效应的计算理论和方法,已有很多学者进行了研究。江辉等^[6-7]对比了计算深水桥墩响应特性的方法,并基于辐射波浪理论提出了一种计算深水圆形桥墩动水压力的简化方法。Wei^[8-9]研究了针对变截面和多尺度的深水结构的简化抗震分析方法,并考虑了高阶振型和土弹性影响。Song 等^[10]研究了结冰水体中桥墩动水压力的简化算法,并用该算法对连续的刚构桥地震响应进行了分析。杜修力等^[11]以理论计算为标准比较了多种动水压力简化算法。王丕光等^[12-13]针对柔性的深水椭圆柱体提出了简化的动水压力计算方法,并推导出了针对任意光滑截面的柱体动水压力解析法。李乔等^[14]研究了利用附加刚度法计算深水桥墩弹性振动问题的可靠性。刘浪等^[15]研究了采用 Morison 方程和计算流体力学结合的方法分析深水桥梁的流固耦合问题。杨万理等^[16]基于多种动水附加质量计算方法开发了自动添加动水压力的程序。但是现有研究中,结合 Morison 方程并考虑墩顶结构附加质量的影响对半解析半数值的桥墩动水附加质量计算方法准确性及其在地震作用下的适用范围进行定量分析的文献较少。

为此,本文以 4 种不同高度的典型深水圆形空心高墩为例,利用有限元软件 Hypermesh 和 ADINA,建立基于势流体的完全数值模型和基于 Morison 方程的动水附加质量模型,并以势流体模型为基准,对比分析了 160 条工况下的深水高墩振动特性和 1 120 条工况下的深水高墩地震响应变化规律,量化了两类模型的地震响应差异,研究了动水附加质量计算方法在地震作用下的适用范围。

1 墩-水流固耦合计算方法

1.1 基于势流体的计算方法

水下结构模态分析可采用基于势的流体单元来模拟结构-水的流固耦合作用^[17]。根据流体力学基本理论,势流体为无旋、无粘、无热传递、不可压或轻微可压缩的介质。当流体速度很小时,基于势流体的结构动力特征值问题基本方程为

$$\begin{pmatrix} -\omega_j^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{FF} \end{bmatrix} - \omega_j \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{C}_{FU}^T \\ \mathbf{C}_{FU} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \mathbf{K} + (\mathbf{K}_{UU})_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{FF} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{(j)} \\ \mathbf{F}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{F}^{(j)} = -i\phi^{(j)}$, $i = \sqrt{-1}$, 其中, $\phi^{(j)}$ 为流体节点速度势向量; \mathbf{K} 为结构刚度矩阵; \mathbf{M} 为结构质量矩阵; \mathbf{U}, \mathbf{F} 分别为结构和流体节点位移列向量; $\mathbf{M}_{FF}, \mathbf{C}_{FU}, \mathbf{K}_{FF}$ 分别为势流体的质量、阻尼和刚度矩阵; $(\mathbf{K}_{UU})_s$ 为由于流固耦合而产生的刚度矩阵; ω_j 为耦合系统第 j 阶模态频率。

进行水下结构的地震响应分析时,结构与水体通过速度势函数与流固耦合边界上对应的结构速度变量相耦合,采用势流体单元的流固耦合动力方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M}_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{F}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{FU}^T \\ \mathbf{C}_{FU} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{\mathbf{F}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}\mathbf{I}^{(\xi)}\ddot{u}_g^{(\xi)}(t) \\ -\mathbf{C}_{FU}\mathbf{I}^{(\xi)}\dot{u}_g^{(\xi)}(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,坐标转换矩阵 $\mathbf{I}^{(\xi)}$ 与节点位移向量 \mathbf{U} 维度相同,仅含 0, 1 元素,随地震动荷载 $\ddot{u}_g^{(\xi)}(t), \dot{u}_g^{(\xi)}(t)$ 输入变化而变化,使用上角标 (ξ) 区别地震动输入方向,有 $\xi = x, y$; \mathbf{C}_{ss} 为结构的阻尼矩阵,其他变量如前所述。

1.2 外域水动水附加质量计算方法

外域水动水附加质量依据 Morison 方程^[18]进行计算,微分面上的动水压力为

$$dF = \left[C_M \left(\rho \frac{\pi D^2}{4} \right) \frac{\partial u}{\partial t} \pm C_D \frac{\rho D}{2} u^2 \right] dz \quad (3)$$

忽略阻力项的影响,并对式(3)积分,得到单位水深的动水压力为

$$F = C_M \left(\rho \frac{\pi D^2}{4} \right) \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4)$$

C_M 是附加质量经验系数,对于圆形截面可取为 1.0,此时,对于半径为 R 的圆形截面桥墩,其动水附加质量为

$$m_{out} = \rho \pi R^2 \quad (5)$$

式中: F 为动水压力(N); C_M 为附加质量系数; C_D 为阻力系数; D 为柱体直径(m); u 为波浪绕射速度矢量的水平分量(m/s); z 为静水面下的水深度(m); t 为时间(s); m_{out} 为桥墩单位长度水的附加质量(kg/m); ρ 为水的质量密度(kg/m³)。

1.3 内域水动水附加质量计算方法

空心桥墩内域水附加质量直接以桥墩内部水的质量为附加质量^[19]。得到空心圆形桥墩内域水附加质量的计算公式为

$$m_{in} = \rho_w A_i \quad (6)$$

式中, A_i 为空心桥墩内部截面面积。

对于墩内和墩外都有水的情况,假定内外域水水深相同,将内域水和外域水的附加质量相加,得到空心桥墩的动水附加质量 m_a :

$$m_a = m_{out} + m_{in} \quad (7)$$

2 数值算例

以 4 种不同墩高的等截面圆形空心墩为例,利用有限元软件 Hypermesh 和 ADINA 建立桥墩-水耦合系统的完全数值模型和桥墩的动水附加质量模型,如图 1 所示。其中,30 m、40 m、50 m、60 m 桥墩对应的外截面直径分别为 3 m、4 m、5 m、6 m,对应的壁厚分别为 0.6 m、0.7 m、0.8 m、0.9 m;为充分考虑水体的影响,外域水设置为直径为 80 m 的圆截面柱体。桥墩材料为 C40 混凝土,其弹性模量 32.5 GPa,泊松比 0.2,密度 2 500 kg/m³;势流体密度为 1 000 kg/m³,体积模量为 2.2 GPa。桥墩的边界条件为墩底固结,墩顶自由;水体的表面设为自由液面,四周设为无限远边界,底部设为固壁边界;水-结构接触面设为流固耦合边界。对桥墩结构采用 8 节点三维实体单元进行离散,对水体采用 8 节点势流体单元进行离散。为考虑上部结构质量的影响,在各墩顶添加集中附加质量,取 1 000 t。对于动水附加质量模型,将根据 Morison 方程计算的动水附加质量均匀分配到水面下结构的各节点中。

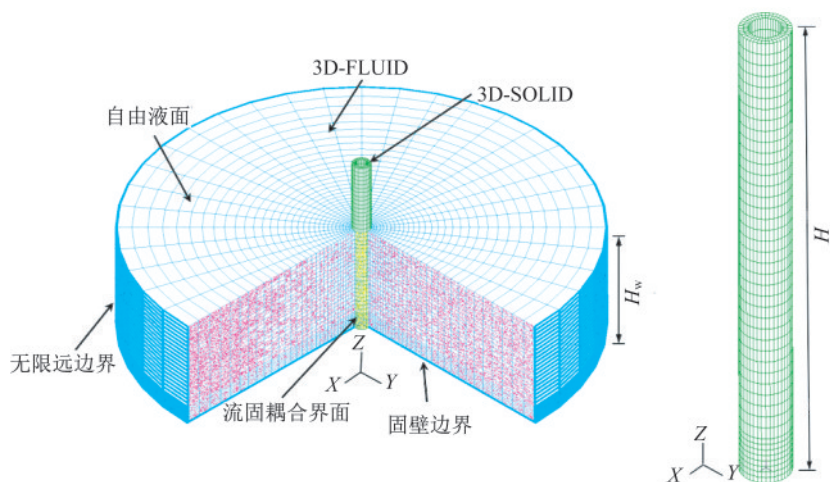


图 1 桥墩-水耦合系统数值模型

Fig.1 Numerical model of pier-water coupling system

此文仅针对表 1 中的四种工况进行探讨;对于工况 2、4,假定内、外域水顶面齐平。

3 深水桥墩振动特性比较

Morison 方程并没有从理论流体力学的角度被严格证明,而且该方程是针对微幅波浪作用提

出的,其在地震作用下计算动水压力的适用范围也不明确。我国抗震设计规范^[5]也只是简单给出了其动水压力计算条文的适用条件是水深在 5 m 以上(本文只针对水深大于 5 m 和水深宽度比在 10 以内的工况进行探讨),为了进一步研究依据 Morison 方程的动水附加质量计算方法的适用范围,定义无量纲参数:

工况编号	工况描述
1	仅考虑空心墩外域水的影响,且不考虑上部结构质量的影响
2	同时考虑空心墩内、外域水的影响,且不考虑上部结构质量的影响
3	仅考虑空心墩外域水的影响,但考虑上部结构质量的影响
4	同时考虑空心墩内、外域水的影响,但考虑上部结构质量的影响

水深宽度比 $C = \text{水深 } H_w / \text{迎水面宽度 } D$ 。

周期增幅 $R_i = (\text{结构有水模态周期 } T_w - \text{结构无水模态周期 } T_0) / \text{结构无水模态周期 } T_0$ 。

模态周期相对差异 $E_i = (\text{附加质量模型模态周期 } T_{\text{mass}} - \text{势流体模型模态周期 } T_{\text{PBFE}}) / \text{势流体模型模态周期 } T_{\text{PBFE}}$ 。

对建立的势流体模型和附加质量模型进行模态分析,得到不同水位下,两类模型的前三阶模态周期变化、模态周期相对差异 $E_i (i=1,2,3)$ 及其均方差 $E_{\sigma_i} (i=1,2,3)$ 变化和振型矢量图,见图2—图4。由于不同水位和工况下,对应模态的振型形状相似,这里仅列出40 m墩在工况2的条件下,水深取32 m时,该桥墩的前三阶振型图,见图4。

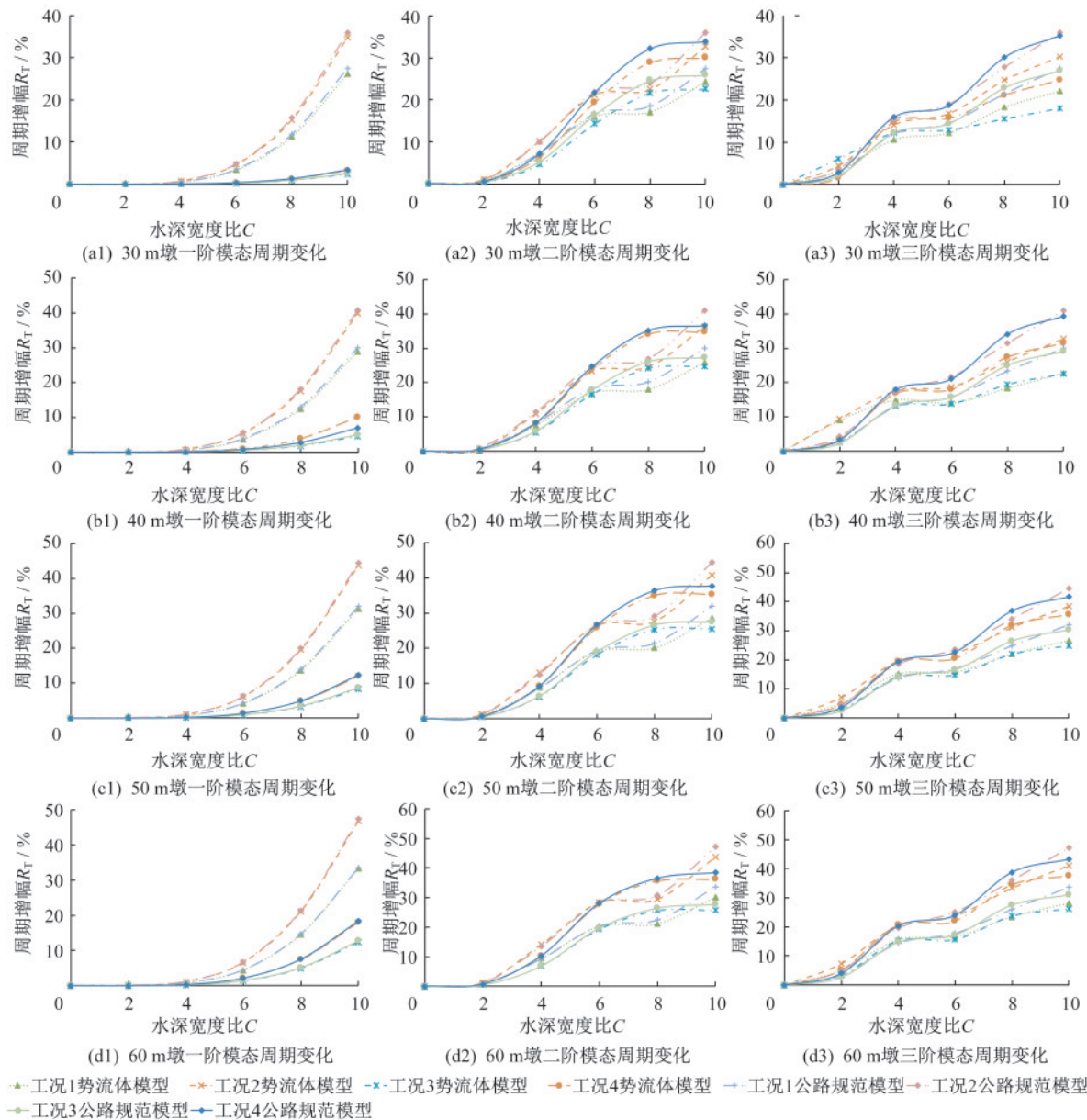


图2 模态周期变化

Fig.2 Variation of mode period

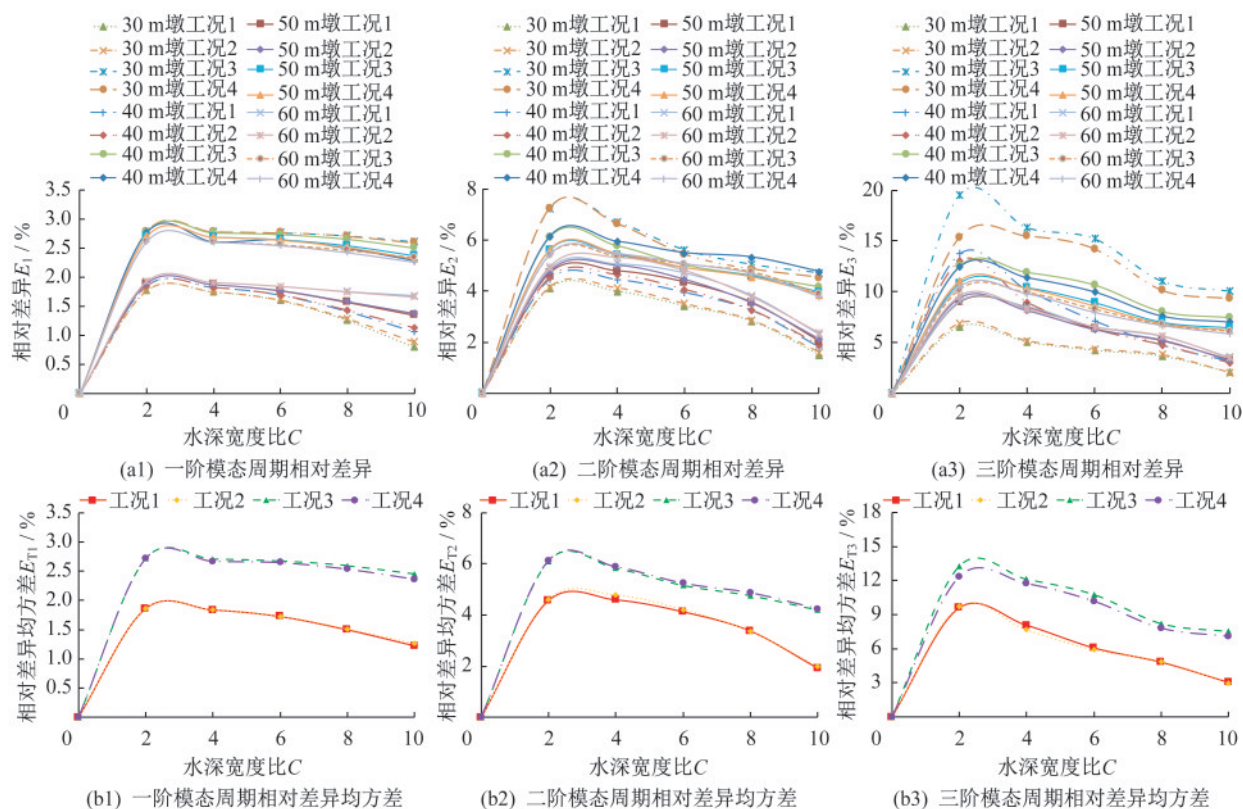


图3 模态周期相对差异及其均方差

Fig.3 Relative difference of modal period and its mean square error

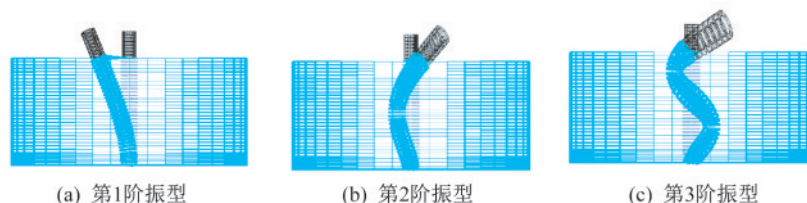


图4 深水桥墩振型矢量图

Fig.4 Vibration vector diagram of the bridge pier in deep water

由图2可知,对于圆形桥墩,就一阶模态周期增幅来说,随着水深的增加,工况1、工况2、工况3、工况4对应的势流体模型模态周期增幅和附加质量模型模态周期增幅比较接近,且变化趋势一致,都随着水深的增加而增加;对于四种不同高度的墩,其一阶模态周期变化规律类似,但随着墩高的增加,相同工况下的周期增幅值略有增大。

对于各桥墩的二阶模态周期,其增幅变化趋势与一阶模态周期类似,但在水深宽度比为2时,就开始出现明显的周期增幅变化,而一阶模态周期增幅在水深宽度比达到4时,才开始出现明显的周期增幅变化。

对于三阶模态周期,其增幅随水位和墩高的变化规律和一阶和二阶模态周期类似,只是其周期增幅开始出现明显变化的水位更小,说明高阶

模态对动水效应的影响比较敏感。

由图3可看出,对于一阶模态周期,当水深宽度比小于4时,附加质量模型和势流体模型的计算结果差异稍大,但不超过3%,随着水深宽度比增加,逐渐降低,且工况1和工况2、工况3和工况4的相对差异变化非常接近,考虑墩顶质量时,差异会有所增大,但总体上来说,附加质量模型计算的一阶模态周期的差异较小,说明动水附加质量法计算一阶模态周期时适用于各个工况。

二阶模态周期和三阶模态周期的相对差异均方差变化规律和一阶模态周期类似,但差异数值比一阶模态周期大,且三阶模态周期差异值比二阶模态周期大,说明附加质量模型计算高阶模态振动特性时,结果差异会偏大;假定二阶模态周期的相对差异均方差可接受范围为6%以内,三阶

模态周期的相对差异可接受范围为15%以内,在计算二阶模态周期时,仅考虑外水但考虑墩顶质量的工况需满足水深宽度比大于4的条件;计算三阶模态周期时,仅考虑外水但考虑墩顶质量的工况需满足水深宽度比大于2的条件;其余工况仅需满足水深大于5 m的条件。

4 深水桥墩地震响应比较

从PEER上选取7条典型地震动记录,将峰值加速度PGA统一调整至0.2g,分别输入势流体模型和附加质量模型,进行动力时程分析,阻尼比取为0.05,时间步长取为0.01 s。选取的地震波见表2。限于篇幅,这里仅列出三条地震波的时程曲线,见图5。

表2 选取的地震波		
Table 2 Selected seismic waves		
编号	地震名称	台站名称
1	Northridge-01	Camarillo
2	Borrego Mtn	El Centro Array #9
3	Coalinga-01	Parkfield-Fault Zone 2
4	Big Bear-01	San Bernardino-2nd & Arrowhead
5	Taiwan SMART1(45)	SMART1 E01
6	Taiwan SMART1(45)	SMART1 I01
7	Landers	Indio-Coachella Canal

为了对两类模型的地震响应差异进行量化比较,定义无量纲量墩底最大弯矩相对差异 E_M 、墩底最大剪力相对差异 E_Q 和墩顶最大位移相对差异 E_D ;其对应的相对差异均方差分别以 E_{RM} 、 E_{RQ} 、 E_{RD} 表示。地震响应的相对差异公式为

$$\begin{cases} E_M = \frac{M_{\text{mass}} - M_{\text{PBFE}}}{M_{\text{PBFE}}} \times 100\% \\ E_Q = \frac{Q_{\text{mass}} - Q_{\text{PBFE}}}{Q_{\text{PBFE}}} \times 100\% \\ E_D = \frac{D_{\text{mass}} - D_{\text{PBFE}}}{D_{\text{PBFE}}} \times 100\% \end{cases} \quad (8)$$

式中: M 、 Q 、 E 分别代表墩底最大弯矩、墩底最大剪力、墩顶最大位移;下标 mass 表示附加质量模型的计算结果,PBFE 表示势流体数值模型的计算结果。

按附加质量法考虑动水压力的影响时,墩底剪力比墩底弯矩偏差大^[5]。故假定墩底最大弯矩和墩顶最大位移的相对差异在10%以内是可接受的,墩底最大剪力的相对差异在20%以内是可

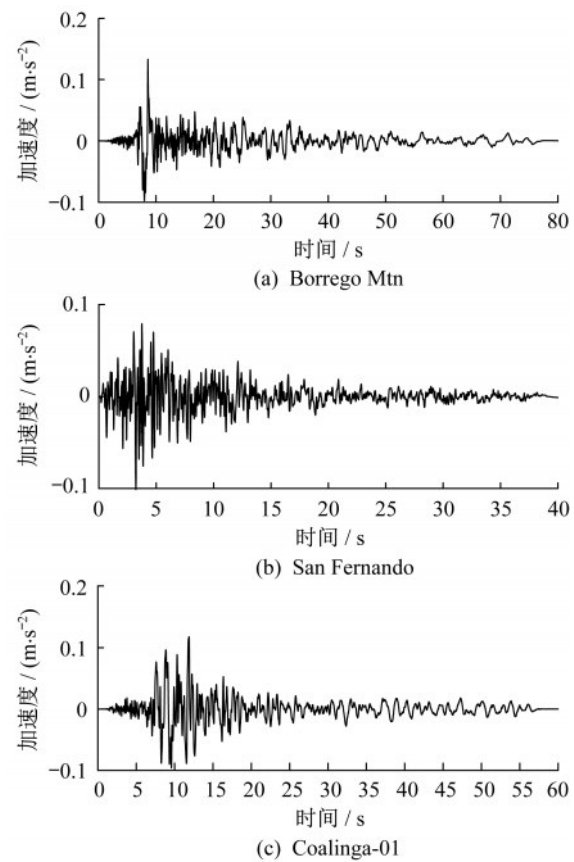


图5 地震波时程曲线

Fig.5 Seismic wave time history curves

接受的。

从图6可以看出,对于墩底最大弯矩,在水深宽度比为2~4时,工况3和工况4相对差异较大,当水深宽度比较大时,各工况的墩底最大弯矩相对差异变化没有表现出明显规律,但各墩底最大弯矩差异一般保持在10%以内,部分工况达到14%。仅有30 m墩工况2,40 m墩工况1、50 m墩工况4,60 m墩工况1、工况3、工况4在水深宽度比为8或10时出现了相对差异大于10%的情况,说明当水深宽度比C小于8时,动水附加质量计算方法可以接受。

墩底最大剪力的相对差异变化形式与墩底最大弯矩类似,但对应墩高和工况下,墩底剪力差异峰值和墩底弯矩差异峰值对应的水深宽度比不同,且墩底最大剪力差异值比墩底最大弯矩差异值大,部分工况的墩底剪力相对差异达到21%。仅有50 m墩工况3在水深宽度比为8时出现了相对差异大于20%的情况,说明当水深宽度比C小于8时,4种工况下的动水附加质量计算方法可以接受。

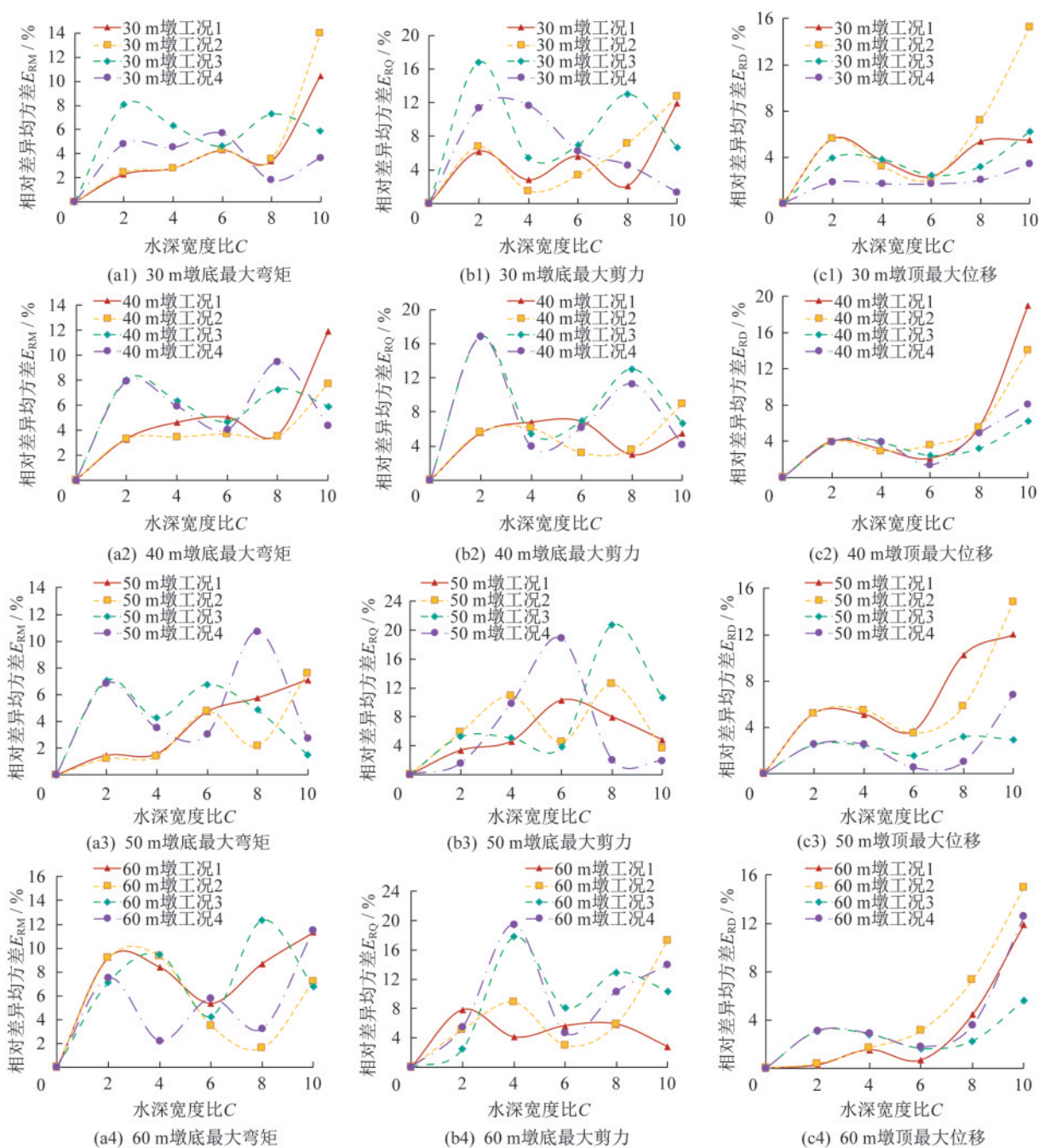


图6 七条地震波的地震响应相对差异均方差变化

Fig.6 Mean square error value of relative differences in seismic response of 7 seismic waves

对于墩顶最大位移,在水深宽度比为0~8时,各工况对应的相对差异都较小,水深宽度比接近10时,4种墩高对应的工况1和工况2的相对差异达到10%以上,工况3和工况4的相对差异大都保持在10%以内,说明在考虑墩顶结构附加质量的条件下,动水附加质量计算方法的精度对于各个工况都可以接受;在不考虑墩顶结构附加质量的条件下,还需满足水深宽度比小于或等于8的条件。

5 结 论

本文以基于势流体单元的完全数值模型为基准,对比分析了通过 Morison 方程建立的动水附加质量模型的准确性并研究了其适用范围。结论如下:

(1) 在有水的条件下,只要满足水深宽度比大于4的条件,附加质量模型计算的一阶、二阶和

三阶模态周期精度均满足要求;

(2) 对于墩底最大弯矩,附加质量计算方法需满足水深宽度比小于8的条件;

(3) 对于墩底最大剪力,在仅考虑内外水同时作用的工况下,附加质量计算方法需满足水深宽度比小于8的条件,在考虑外水和墩顶质量、内外水和墩顶质量的工况下,需满足水深宽度比在10以内的条件;

(4) 对于墩顶最大位移,在考虑墩顶结构附加质量的条件下,附加质量计算方法需满足水深宽度比在10以内的条件;在不考虑墩顶结构附加质量的条件下,需满足水深宽度比在8以内的条件。

参 考 文 献

- [1] 李悦,王克海,李茜,等.动水对深水大跨刚构桥地震响应影响[J].公路交通科技,2011,28(12):76-81.
Li Yue, Wang Kehai, Li Qian, et al. Influence of moving water on seismic response of deep-water long-span rigid frame bridge [J]. Highway and Transportation Science and Technology, 2011, 28 (12) : 76-81. (in Chinese)
- [2] 黄信,李忠献.动水压力作用对深水桥墩地震响应的影响[J].土木工程学报,2011,44(1):65-73.
Huang Xin, Li Zhongxian. The influence of hydrodynamic pressure on the seismic response of deepwater bridge piers [J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(1):65-73. (in Chinese)
- [3] 童磊,王东升,王荣霞.汶川地震庙子坪特大桥主桥箱梁开裂震害分析[J].世界地震工程,2020,36(3):161-171.
Tong Lei, Wang Dongsheng, Wang Rongxia. Seismic damage analysis of cracking of main bridge box girder of Miaoziping Bridge in Wenchuan Earthquake [J]. World Earthquake Engineering, 2020, 36 (3) : 161-171. (in Chinese)
- [4] 赵秋红,李晨曦,董硕.深水桥墩地震响应研究现状与展望[J].交通运输工程学报,2019,19(2):1-13.
Zhao QiuHong, Li Chenxi, Dong Shuo. Research status and prospect of seismic response of deep-water bridge piers [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2019, 19(2):1-13. (in Chinese)
- [5] 中华人民共和国交通运输部.JTG/T 2231-01—2020公路桥梁抗震设计规范[S].北京:人民交通出版社,2020.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG/T 2231-01—2020 Code for seismic design of highway bridges [S]. Beijing: China Communication Press, 2020. (in Chinese)
- [6] Hui J, Baoxi W, Xiaoyu B, et al. Simplified expression of hydrodynamic pressure on deepwater cylindrical bridge piers during earthquakes [J]. Journal of Bridge Engineering, 2017.
- [7] 江辉,王宝喜,白晓宇,等.近场地震下深水桥墩响应特性及动水效应计算方法检验[J].长安大学学报(自然科学版),2016,36(4):48-57.
Jiang Hui, Wang Baoxi, Bai Xiaoyu, et al. Response characteristics of deep-water bridge piers under near-field earthquakes and verification of calculation methods for hydrodynamic effects [J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2016, 36(4):48-57. (in Chinese)
- [8] Zhang J, Wei K, Pang Y, et al. Numerical investigation into hydrodynamic effects on the seismic response of complex hollow bridge pier submerged in reservoir: case study [J]. Journal of Bridge Engineering, 2019, 24(2).
- [9] Wei K, Bouaanani Y, Yuan W. Simplified methods for efficient seismic design and analysis of water-surrounded composite axisymmetric structures [J]. Ocean Engineering, 2015, 104.
- [10] Song B, Lichao N, Qi F. Study on a simplified calculation method for seismic response analysis of bridge pier in icy water [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2015, 19(7).
- [11] 杜修力,郭婕,赵密,等.动水力简化计算方法对圆形桥墩地震反应的影响[J].北京工业大学学报,2019,45(6):575-584.
Du Xiuli, Guo Jie, Zhao Mi, et al. Influence of simplified hydrodynamic calculation method on seismic response of circular bridge piers [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2019, 45 (6) : 575-584. (in Chinese)
- [12] 王丕光,黄义铭,赵密,等.水-椭圆柱体相互作用分析的精确和简化模型[J].振动工程学报,2019,32(4):619-625.
Wang Piguang, Huang Yiming, Zhao Mi, et al. Accurate and simplified model for water-elliptic cylinder interaction analysis [J]. Chinese Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(4):619-625. (in Chinese)
- [13] 王丕光,赵密,杜修力.任意光滑截面桥墩地震动水压力分析[J].振动与冲击,2018,37(21):8-13.
Wang Piguang, Zhao Mi, Du Xiuli. Analysis of ground

- motion water pressure on piers with arbitrary smooth cross-sections [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(21): 8-13. (in Chinese)
- [14] 李乔, 刘浪, 杨万理. 深水桥梁墩水耦合振动试验研究与数值计算[J]. 工程力学, 2016, 33(7): 197-203.
Li Qiao, Liu Lang, Yang Wanli. Experimental study and numerical calculation of water coupling vibration of deepwater bridge piers [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(7): 197-203. (in Chinese)
- [15] 刘浪, 杨万理, 李乔. 深水桥梁墩水耦合抗震分析方法[J]. 西南交通大学学报, 2015, 50(3): 449-453.
Liu Lang, Yang Wanli, Li Qiao. Seismic Analysis method of deep water bridge pier water coupling [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2015, 50(3): 449-453. (in Chinese)
- [16] 杨万理, 吴龙旺, 胡俊杰, 等. 桥梁动水压力附加质量计算模块开发与应用[J]. 世界桥梁, 2017, 45(4): 66-73.
Yang Wanli, Wu Longwang, Hu Junjie, et al. Development and application of additional mass calculation module for bridge hydrodynamic pressure [J]. World Bridges, 2017, 45(4): 66-73. (in Chinese)
- [17] 邓育林, 郭庆康, 雷凡. 深水桥梁空心高墩流固耦合振动特性与地震响应分析[J]. 武汉理工大学学报, 2016, 38(4): 38-42.
Deng Yulin, Guo Qingkang, Lei Fan. Fluid-solid coupling vibration characteristics and seismic response analysis of deep-water bridge hollow high piers [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2016, 38(4): 38-42. (in Chinese)
- [18] Morison J R, Johnson J W, Schaaf S A. The force exerted by surface waves on piles [J]. Journal of Petroleum Technology, 1950, 2(5).
- [19] Yang W, Li Q. The expanded Morison equation considering inner and outer water hydrodynamic pressure of hollow piers [J]. Ocean Engineering, 2013, 69.